

TP Détecteur de mélodie

K. Abed Meraïm, R. Badeau, G. Blanchet,
B. David, O. Gillet, Y. Grenier, S. Ladjal,
L. Likforman, N. Moreau, J. Prado



29 Mars 2007

ABRÉVIATIONS UTILISÉES : TF (transformée de Fourier), TFCT (transformée de Fourier à court terme), RSB (rapport signal à bruit, rapport des puissances du signal et du bruit), DSP ou dsp (densité spectrale de puissance), TFD (transformée de Fourier discrète), FFT (TFD rapide), IFFT (TFD inverse rapide), CAN (convertisseur analogique-numérique), CNA (convertisseur numérique-analogique).

Ce mini-projet vise à construire un détecteur de mélodie monophonique, c'est-à-dire une mélodie ne comportant qu'une seule note à la fois. Le système complet prend en entrée les échantillons enregistrés et fournit en sortie une liste de paires (t_k, f_k) , où, pour chaque note indexée par k , t_k est l'instant de début de note et f_k sa fréquence fondamentale (ou hauteur). Une fois ces valeurs extraites, on pourra réaliser une resynthèse à l'aide du synthétiseur sonore du PC, commandé en langage midi (cf. paragraphe 4).

L'estimation des paires (t_k, f_k) se fera de manière séquentielle : on cherchera d'abord la position des attaques (*onset time*) puis on estimera la fréquence de la note correspondante (schéma 1)

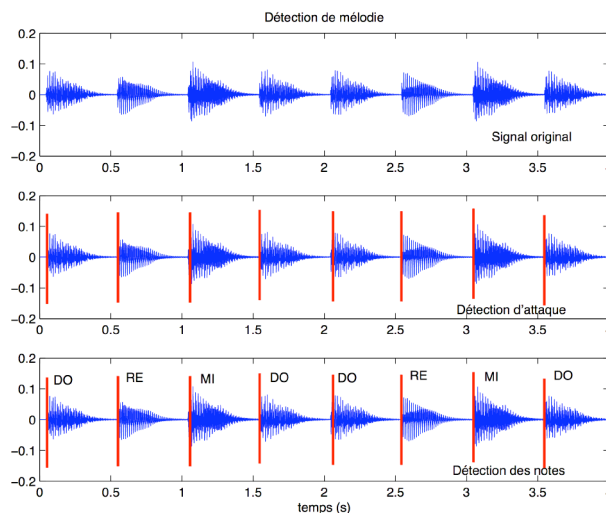


Figure 1: *Détecteur de mélodie en 2 étapes*

1 Observation des signaux

L'objectif de cette partie est de détailler les outils classiques de représentation et d'estimation spectrale : le périodogramme et la Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT). La modélisation la plus courante utilisée pour analyser des signaux de musique est celle d'une somme de sinusôides et d'un bruit additif, ce qui justifie l'étude qui suit des modèles paramétriques de bruit d'une part et de processus harmoniques d'autre part.

1.1 Estimation d'un spectre de raies à l'aide du périodogramme

1.1.1 Examen d'une note

La lecture d'un fichier `.wav` se fait à l'aide de la fonction `wavread`. `[xn,Fs]=wavread('auclair.wav')` retourne le signal sous forme d'une matrice `xn` et la fréquence d'échantillonnage `Fs`. Vérifier la taille de `xn` et choisir une des deux voies que l'on visualisera (voie "gauche" : `xn(:,1)`, voie "droite" : `xn(:,2)`).

1. Choisir une partie de la première note (on prendra `xn(2200:2640,1)`) et tracer son spectre (soit en "linéaire" soit en dB) par application du périodogramme dont on rappelle l'expression :

$$I_N(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j2\pi f k} \right|^2 \quad (1)$$

On consultera le paragraphe consacré à l'estimation de la dsp par le *périodogramme* dans le polycopié. Construire un script `periodo.m` effectuant le calcul et la visualisation.

2. Quelle est la résolution en fréquence (vérification indispensable)? Relever ensuite les valeurs des cinq fréquences correspondant aux plus grandes amplitudes de ce morceau de note. Le processus est-il bien harmonique?
3. Modifier le programme `periodo.m` pour appliquer un fenêtrage. Que peut-on constater?

1.2 Analyse spectrale à court terme

Le signal étudié n'est manifestement pas stationnaire. On a tout intérêt pour en étudier le contenu fréquentiel à l'examiner "morceau par morceau" en supposant que le processus reste stationnaire pendant ces laps de temps.

1.2.1 Transformée à fenêtre glissante: TFCT

L'analyse que l'on se propose de mettre en œuvre est basée sur une TF "glissante". Usuellement, les instants d'analyse sont régulièrement espacés, soit $t_a(k) = k\Delta_a$, $k \in \mathbb{Z}$ avec Δ_a entier. L'objet mathématique correspondant est la TFCT de $x(n)$, $\tilde{X}(t_a, \nu_m)$ avec la fréquence $\nu_m = m/M$, M étant l'ordre de la TFD. Elle est définie par :

$$\tilde{X}(k, \nu_m) = \sum_n w_a(n)x(t_a(k) + n)e^{-j2\pi\nu_m n} = \sum_n w_a(n)x(k\Delta_a + n)e^{-j2\pi n m/M} \quad (2)$$

Cette écriture est illustrée par la figure 2.

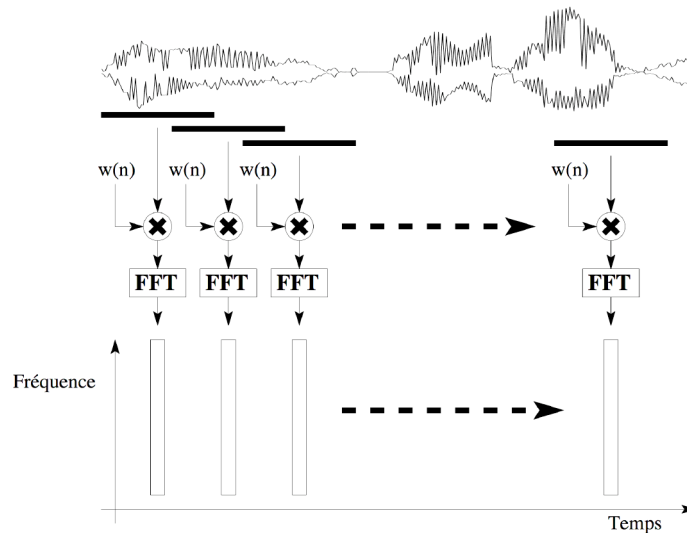


Figure 2: Représentation graphique de la TFCT

1. Montrer que cette écriture est équivalente, pour une fréquence ν donnée et $\Delta_a = 1$, à un filtrage de x par un filtre que l'on précisera en supposant la fenêtre d'analyse paire ($w_a(n) = w_a(-n)$).

Si on considère $w_a(n)$ comme la réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas, comment interprète-t-on ce filtrage?

2. Si on choisit comme fenêtre la fenêtre de Hann

$$w_a(n) = 0.5 \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{n+1}{N+1} \right) \right), \quad n \in [0, N-1] \quad (3)$$

quelle est la réponse en fréquence de ce filtre? Ecrire un script MATLAB pour illustrer votre réponse.

3. Que peut-on dire lorsque $\Delta_a > 1$?

1.2.2 Construction rapide d'une TFCT et spectrogramme

On s'intéresse à la variation des fréquences pendant toute la durée du signal. Pour cela on découpe la note en blocs "recouvrants" (figure 2) et on calcule la TFD de chaque bloc.

L'affichage du spectrogramme peut se faire de la façon suivante :

```

%===== SPECTRO1.M =====
% x est le signal
% Les blocs sont recouvrants
clear all; close all;
[x,Fe]=wavread('auclair.wav');
nfft=512; freq=[0:nfft-1]/nfft*Fe; % pour affichage du spectrog.
idx=find(x~=0);
x = x(idx(1):4*Fe+idx(1)-1);
x=x(:); % ainsi x est un vect. colonne
N = length(x); % longueur du signal
temps=[0:N-1]/Fe;

Nw = 300; w = .5*(1 - cos(2*pi*(1:Nw)'/(Nw+1))); % fenetre symetrique
Delta = 128; %Nw/4; % increment sur les temps d'analyse b=0 Delta 2Delta ...
Nt = fix( (N-Nw)/Delta ); % calcul du nombre de tfd a calculer
Xtilde = zeros(nfft,Nt) ; % matrice pour ranger les resultats de la tfct

for k=1:Nt; % boucle sur les trames
    deb = (k-1)*Delta +1; % debut de trame
    fin = deb + Nw -1; % fin de trame
    tx = x(deb:fin).*w; % calcul de la trame
    X = fft(tx,nfft); % tfd a l'instant b
    Xtilde(:,k)=X;
end

% affichage
subplot(211), plot(temps,x);
subplot(212), Ta = [0:Nt-1]*Delta/Fe;
imagesc(Ta,freq,20*log10(abs(Xtilde)))
set(gca,'ylim',[0 Fe/2],'ydir','normal')
ylabel('Hz'), xlabel('Temps en s')

```

On a considéré ici une fenêtre de Hann "symétrique".

1. On cherche maintenant à mettre en évidence les résultats de la section 1.2.1. On prendra par exemple $nfft=512$ et $\Delta_a = 128$. Quelles sont les résolutions temporelle (en ms) et fréquentielle (en Hz) correspondantes ?
2. Prend $nfft=64$ et $\Delta_a = 1$. Compléter le programme pour extraire un des canaux de la TFCT (une des lignes de la matrice $Xtilde$). Le signal obtenu est-il complexe ou réel ? Que peut-on faire pour l'écouter ? Juger du résultat à l'aide de `soundsc`... Interpréter le résultat en terme de filtrage.

2 Détection d'attaque

Le principe d'un détecteur d'attaque consiste à extraire l'enveloppe du signal puis à dériver celle-ci. Les attaques seront alors localisées par des maxima positifs de la dérivée, ainsi que décrit sur la figure 3.

2.1 Extraction d'enveloppe

Le traitement proposé est décrit dans le schéma de la figure 4.

Le premier bloc réalise un redressement double-alternance avec quadrateur, $x_r(n) = |x(n)|^2$. $H_1(z)$ est un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est de l'ordre de quelques dizaines de Hz.

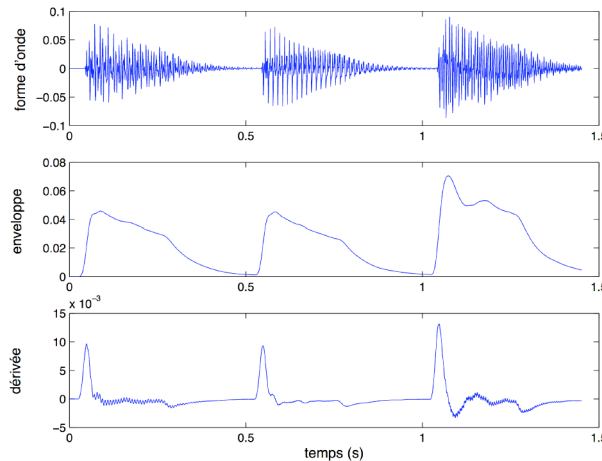


Figure 3: Détection d'attaque par extraction d'enveloppe et dérivation

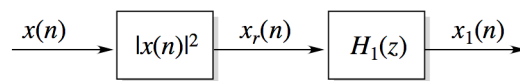


Figure 4: Chaîne de détection d'attaque

Modélisation Soit le signal $x(n) = a(n) \cos(2\pi\nu_0 n + \phi_0)$ avec $a(n) \geq 0, \forall n$. On suppose que $A(e^{j2\pi\nu})$, $\nu \in [-0,5, 0,5]$ est nul en dehors de l'intervalle $[-\nu_c, \nu_c]$, $\nu_c < 0,5$. Montrer que si H_1 est un passe-bas idéal et si la condition $\nu_c \leq \min(1/2 - \nu_0, \nu_0)$ est respectée, alors $x_1(n) = a^2(n)$.

Implémentation causale Ecrire un programme qui synthétise un filtre passe-bas par la méthode de la fenêtre. Noter que la fonction `filter` de MATLAB met en œuvre la version causale du traitement, ce qui induit un retard lors du traitement.

2.2 Filtre dérivateur

On considère un signal $x(t)$ à temps continu à l'entrée d'un filtre de fonction de transfert $H(f)$ (où f est la fréquence exprimée en Hz). On note $y(t)$ le signal en sortie. Connaissant $H(f)$, on se propose de déterminer un filtre à temps discret de fonction de transfert $H_e(e^{j2\pi\nu})$ (où ν est la fréquence réduite) qui, ayant en entrée les échantillons $x_e(n) = x(nT)$, aurait pour sortie les échantillons $y_e(n) = y(nT)$.

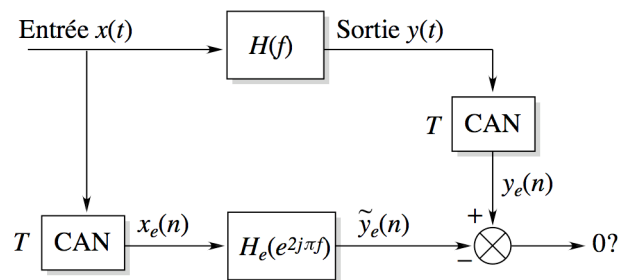


Figure 5: Comparaison des sorties aux instants d'échantillonnage

1. Exprimer la transformée de Fourier à temps discret $X_e(e^{j2\pi\nu})$ du signal $x_e(n)$ en fonction de la transformée de Fourier à temps continu $X(f)$ du signal $x(t)$. En déduire les transformées $Y_e(e^{j2\pi\nu})$ et $\tilde{Y}_e(e^{j2\pi\nu})$ des signaux à temps discret $y_e(n)$ et $\tilde{y}_e(n)$ représentés sur la figure 5. Déterminer en fonction de $H(f)$ le filtre $H_e(e^{j2\pi\nu})$ tel que pour tout signal $x(t)$ à bande limitée $[-\frac{1}{2T}, \frac{1}{2T}]$, $\tilde{y}_e(n) = y_e(n) \forall n \in \mathbb{Z}$.
2. On souhaite à présent synthétiser un filtre dérivateur. On suppose que $x(t)$ est une fonction sommable de classe \mathcal{C}^1 , dont la dérivée $x'(t)$ est également sommable. Montrer que $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} x(t) = 0$. Calculer la

transformée de Fourier de $x'(t)$. En déduire le gain complexe $H_e(e^{i2\pi\nu})$ d'un filtre linéaire à temps discret qui effectue une dérivation.

3. En déduire, par la méthode de la fenêtre, les coefficients d'un filtre RIF qui réalise l'approximation d'un filtre dérivateur pour un nombre impair de coefficients.

2.3 Implémentation et seuillage

1. Mettre en œuvre les résultats de la question précédente dans une fonction que l'on appellera `y=deriv(x,Nordre,Fe)` où `Nordre` est l'ordre du filtre (nombre de coefficients=`Nordre+1`).
2. En utilisant un seuil pour la décision sur l'attaque des notes, écrire une fonction retournant les instants de démarrage de chacune d'entre elles.

3 Détection de hauteur

3.1 Lien entre taille des blocs et RSB, exercice

L'exercice qui suit pourra être rédigé en dehors de la séance de TP.

Pour étudier les conséquences du choix de la taille des fenêtres on considère le cas académique suivant : soit le processus à temps discret défini par $X(n) = a \cos(2\pi f_0 n + \Phi) + B(n)$ où Φ est une variable aléatoire équirépartie sur $[0, 2\pi]$ et $B(n)$ un bruit blanc centré de dsp σ^2 et indépendant de Φ . On suppose en outre que $-1/2 < f_0 < 1/2$.

1. Donner la moyenne statistique $m_X(n)$.
2. Calculer l'autocovariance $R_{XX}(n, p)$ et en déduire la densité spectrale de puissance de X .
3. Si au lieu de calculer une TFTD on prend la TFD de l'autocorrélation, montrer comment l'estimation de f_0 dépend du nombre de points de corrélation.

3.2 Estimation de l'autocovariance

Le processus étant harmonique, sa fonction d'autocovariance présente des maxima séparés par la période du "fondamental". La mesure de ce fondamental peut ainsi se faire par recherche du maximum d'une estimation de l'autocovariance, estimation dite *biaisée* :

$$\hat{R}_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k} x(n)x(n+k) \text{ pour } k \geq 0 \quad (4)$$

1. Rappeler le lien entre le périodogramme et la transformée de Fourier de l'estimateur biaisé $\hat{R}_x(k)$ (voir photocopié).
2. Ecrire une fonction de calcul des $\hat{R}_x(k)$. On remarquera que ce calcul passe par une estimation et qu'il n'est pas nécessaire d'en calculer toutes les valeurs.
3. Visualiser ces covariances et imaginer un traitement permettant d'extraire la valeur du fondamental.

4 Resynthèse

4.1 Synthèse d'une note

On veut synthétiser une des notes. Pour ce faire, utiliser ce qui précède pour estimer la fréquence et l'enveloppe de chacune des sinusoides. Engendrer le signal par sommation des sinus fenêtrés par l'enveloppe.

4.2 Synthèse de la mélodie

La fonction `genmidi.m` permet de synthétiser un fichier midi à partir de la donnée des paires (temps d'attaque, fréquence fondamentale). Par exemple, pour engendrer le fichier `test.mid` qui joue do/mi/sol à raison de deux notes par seconde, taper :

```
|| t = [.5 1 1.5];  
|| f = [261 330 392];  
|| genmidi(t,f,'test.mid')
```

TP-PROJET BTS Détecteur de mélodie
INDICATIONS

1 Observation des signaux

1.1 Estimation d'un spectres de raies à l'aide du périodogramme

1.1.1 Examen d'une note

```

%==== examnote.m
[xn,Fs]=wavread('auclair.wav');
nfft=512; freq=[0:nfft-1]/nfft*Fs;
yn=xn(2200:2640); yns=abs(fft(yn,nfft));
cmenu = uicontextmenu;
htrace=plot(freq,yns,'UIContextMenu',cmenu);
set(gca,'xlim',[0 Fs/2],'xgrid','on')
hmenu1=uimenu(cmenu,'label','Freq. ');
hmenu2=uimenu(cmenu,'label','Ampl. ');
set(hmenu1,'callb','traitctx(x,y,Fs)');
set(hmenu2,'callb','traitctx(x,y,Fs)');
fini=0;
% Click the right button and select the context menu
while ~fini
    vevent=waitforbuttonpress;
    if vevent==1,
        fini=1; close(gcf)
    else
        pt=get(gca,'CurrentPoint');
        x=pt(1,1); y=pt(1,2); [x,y]
        chfr=sprintf('%5.0f',x); champ=num2str(y);
        set(hmenu1,'label',chfr);
        set(hmenu2,'label',champ);
    end
end
return

```

1.1.2 Utilisation du périodogramme

Fenêtrage :

```

%==== PERIODOGC.M ====
% xn est le bloc de donnees
[xn,Fs]=wavread('auclair.wav');
nfft=1024;
freq=[0:nfft-1]/nfft*Fs; % freq.
Lxn=length(xn);
tbloc=200; nbblocs=floor(Lxn/tbloc);
temps=[0:nbblocs-1]*tbloc/Fs;
tbxn=zeros(tbloc,nbblocs); tbxn(:)=xn(1:tbloc*nbblocs);
%==== Window
wn=.54-.46*cos(2*pi*[0:tbloc-1]/tbloc);
Wwn=wn*ones(1,nbblocs);
tbxnw=tbxn.*Wwn;
tbxns=abs(fft(tbxn,nfft)); tbxnws=abs(fft(tbxnw,nfft));
perdgr=10*log10(tbxns.^2/tbloc);
perdgrw=10*log10(tbxnws.^2/tbloc);
figure(1)
subplot(211); imagesc(temps,freq,perdgr);
set(gca,'ylim',[0 .5*Fs],'ydir','normal','xlim',[0 5])
colormap(1-gray)

```



```

subplot(212); imagesc(temps,freq,perdgrw);
set(gca,'ylim',[0 .5*Fs],'ydir','normal','xlim',[0 5])
colormap(1-gray)
figure(2)
yn=xn(2200:2200+tbloc-1);
ynw=yn.* (.54-.46*cos(2*pi*[0:tbloc-1]/tbloc));
subplot(211); plot(freq,20*log10(abs(fft(yn,nfft))))
set(gca,'xlim',[0 Fs/2],'xgrid','on')
subplot(212); plot(freq,20*log10(abs(fft(ynw,nfft))))
set(gca,'xlim',[0 Fs/2],'xgrid','on')

```

Avec les valeurs choisies on voit nettement l'élargissement des lobes principaux et l'écrasement des lobes secondaires.

1.1.3 Lien entre taille des blocs et rapport signal à bruit

1. Calcul de la moyenne :

$$m_X(n) = \mathbb{E}\{X(n)\} = \mathbb{E}\{\cos(2\pi f_0 n + \Phi)\} + \mathbb{E}\{b(n)\} = 0$$

2. Calcul de l'autocovariance $\mathbb{E}\{X_c(n_1)X_c^*(n_2)\}$:

$$\begin{aligned}
R_{XX}(n, p) &= \mathbb{E}\{(A \cos(2\pi f_0(n+p) + \Phi) + b(n+p))(A \cos(2\pi f_0 n + \Phi) + b(n))\} \\
&= A^2 \mathbb{E}\{\cos(2\pi f_0(n+p) + \Phi) \cos(2\pi f_0 n + \Phi)\} + \mathbb{E}\{b(n+p)b(n)\} \\
&\quad + A \mathbb{E}\{\cos(2\pi f_0(n+p) + \Phi)b(n)\} + A \mathbb{E}\{\cos(2\pi f_0 n + \Phi)b(n+p)\}
\end{aligned}$$

Φ et $b(n)$ étant indépendants, $\cos(2\pi f_0(n+p) + \Phi)$ et $b(n)$ sont décorrélés et :

$$\mathbb{E}\{\cos(2\pi f_0(n+p) + \Phi)\} \mathbb{E}\{b(n)\} = 0$$

Il en est de même pour le dernier terme. Comme

$$\cos(2\pi f_0(n+p) + \Phi) \cos(2\pi f_0 n + \Phi) = \frac{1}{2}(\cos(2\pi f_0(2n+p) + 2\Phi) + \cos(2\pi f_0 p))$$

On arrive à :

$$R_{XX}(n, p) = \frac{A^2}{2} \cos(2\pi f_0 p) + \sigma^2 \delta(p) = R_{XX}(p)$$

Le processus est stationnaire au second ordre. La TFTD donne :

$$S_{XX}(f) = \sigma^2 + \frac{A^2}{4} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [\delta(f + f_0 + k) + \delta(f - f_0 + k)]$$

3. Supposons que l'on prenne $2L + 1$ points de corrélation de $-L$ à $+L$ pour estimer $S_{XX}(f)$. C'est le cas si l'on fait le calcul sur ordinateur en utilisant par exemple la FFT. La TFTD de $R_{XX}(p)$ devient :

$$\begin{aligned}
S_{XX,L}(f) &= \sum_{p=-L}^L R_{XX}(p) e^{2\pi j f p} \\
&= \sigma^2 + \frac{A^2 \sin \pi(2L+1)(f-f_0)}{4 \sin \pi(f-f_0)} + \frac{A^2 \sin \pi(2L+1)(f+f_0)}{4 \sin \pi(f+f_0)}
\end{aligned} \tag{5}$$

On en déduit qu'entre 0 et $1/2$, et si L est assez grand, on a une raie d'amplitude sensiblement égale à :

$$(2L+1) \frac{A^2}{4}$$

à la fréquence f_0 qui se superpose à σ^2 . La raie "ressort" d'autant mieux que l'on prend plus de points.

On peut remarquer que si l'on prend une estimation de $R_{XX}(k)$:

$$\hat{R}_{XX}(k) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=1}^{2N+1-|k|} (X(n+k) - \bar{X}_N)(X(n) - \bar{X}_N)$$

$$\text{avec } \bar{X}_N = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=1}^{2N+1} X(n)$$

et que l'on calcule la dsp par :

$$\hat{S}_{XX}(f) = \sum_{k=-2N}^{2N} \hat{R}_{XX}(k) e^{2\pi j k f}$$

on a :

$$\hat{S}_{XX}(f) = \frac{1}{2N+1} \left| \sum_{n=1}^{2N+1} X(n) e^{2\pi j n f} \right|^2$$

4. Lorsqu'on fait un périodogramme (en prenant par exemple la FFT d'un bout de signal de longueur $2N+1$), on calcule la quantité :

$$\widetilde{\text{dsp}} = \frac{1}{2N+1} |X_N(f; \omega)|^2$$

L'espérance mathématique $\mathbb{E}\{\widetilde{\text{dsp}}\}$ de cette quantité tend vers la dsp lorsque le nombre de points N tend vers l'infini :

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \mathbb{E}\{\widetilde{\text{dsp}}\} = \text{dsp} = S_{XX}(f)$$

(pour peu que la covariance $R_X(k)$ tende vers 0 assez vite lorsque k tend vers l'infini).

1.2 Analyse spectrale à court terme

1.2.1 Transformée à fenêtre glissante: TFCT

Lorsque le signal analysé est observé sur une courte durée, on admet que la fréquence et l'amplitude de ces sinusoides varient peu sur cette longueur d'analyse.

1. $\nu = \nu_0$ et $\Delta_a = 1$:

$$\tilde{X}(k, \nu_0) = \sum_{n=0}^{N-1} w_a(n) x(k+n) e^{-j2\pi n \nu_0} = \sum_{n=0}^{N-1} h_a(-n) x(k+n) \quad (6)$$

avec (symétrie de w_a) :

$$h_a(n) = w_a(n) e^{j2\pi n \nu_0} \quad (7)$$

On a un filtrage par la fenêtre modulée, soit un filtrage bande étroite autour de ν_0 .

2. Lorsque Δ_a , diminue la résolution en temps. On détecte moins bien les transitions.

1.2.2 Construction rapide d'une TFCT et spectrogramme

Une ligne du spectrogramme correspond à la variation de l'amplitude d'un harmonique en fonction du temps. On peut prendre une ligne correspondant au fondamental ou à un harmonique.

1.

```
>> yy=real(Xtilde(14,:)); soundsc(yy,Fe)
>> yy=real(Xtilde(7,:)); soundsc(yy,Fe)
```

2. On a un filtrage par $w_a(n)e^{2\pi jnm/M}$ qui est un filtrage bande étroite autour de la fréquence m/M . Si on choisit bien la bande on doit récupérer la mélodie dans les ondulations du spectre. Vérification par filtrage :

```
>> hnb=(w.*exp(2*pi*j*250*[1:Nw]'/Fe));
>> y=filter(hnb,1,x);
>> soundsc(real(y),Fe)
```

2 Détection d'attaque

2.1 Extraction d'enveloppe

2.1.1 Modélisation

En appelant $X_2(F)$ et $A_2(F)$ les TF respectives de $x^2(t)$ et $a^2(t)$:

$$x^2(t) = a^2(t) \cos^2(2\pi F_0 t + \phi_0) = \frac{a^2(t)}{2} (1 + \cos(4\pi F_0 t + 2\phi_0))$$

$$\rightarrow X_2(F) = \frac{1}{2} A_2(F) \star \left(\delta(F) + \frac{1}{2} e^{2j\phi_0} \delta(F - 2F_0) + \frac{1}{2} e^{-2j\phi_0} \delta(F + 2F_0) \right)$$

On applique la formule de Poisson :

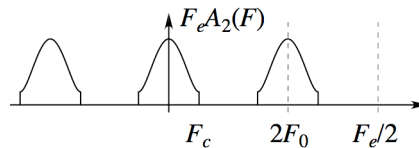


Figure 6: *Résultat de la modulation*

Condition :

$$2F_0 - F_c > F_c \text{ et } F_e - 2F_0 - F_c > F_c \Rightarrow F_c < F_0 \text{ et } F_c < \frac{F_e}{2} - F_0$$

2.1.2 Implémentation causale

2.1.3 Implémentation non-causale

Filtrage du signal $y_1(t) = x_1(-t)$.

2.2 Filtre dérivateur

1. Exprimer...
2. On souhaite...
3. En déduire...

2.3 Seuillage

3 Détection de hauteur

3.1 Estimation de l'autocovariance

Calcul de la covariance pour processus harmonique, estimateur biaisé, positivité...

3.2 Estimation de la fréquence fondamentale

4 Resynthèse